

Устный счет. Простое в сложном.

Как научиться считать без калькулятора? В наше время даже у самых маленьких детей есть телефоны, в которых присутствует функция калькулятора. Но развитие умственных способностей завязано как раз на действиях, которые мы можем произвести в уме. Как просто научиться считать? Как свести к минимуму ошибки, связанные с элементарными вычислениями? Не секрет, что при выполнении самостоятельных и контрольных работ значительный процент ошибок составляют именно вычислительные ошибки или ошибки, связанные с применением свойств и правил действия с числами. Подтверждением тому являются диагностические срезы и работы, проведённые в 6 – 11 классах. Многие ученики ошибались именно там, где приходилось производить действия с числами. Давайте вспомним некоторые правила, которые помогут считать не только правильно, но и быстро. Начинаем тренировать устный счет!

1. Умножение и деление на 10, 100, 1000 и т. д.

Это самое простое правило! При умножении мы просто справа добавляем количество нулей от того числа, на которое мы умножаем. (На 10 – 1 ноль, на 100 – 2 ноля и т.д.)

$$42 \cdot 10 = 420$$

При делении ставим или переносим запятую влево на столько знаков, сколько нулей в числе, на которое делим (на 10 – на 1 знак, на 100 – на 2 знака и т.д.)

$$42 : 10 = 4,2$$

2. Умножение и деление на 5, 50, 500 и т. д.

Умножение на 5, 50, 500 и т. д. заменяется умножением на 10, 100, 1000 и т. д. с последующим делением на 2 полученного произведения (или делением на 2 и умножением на 10, 100, 1000 и т. д.). ($50 = 100 : 2$ и т.д.)

$$54 \cdot 5 = (54 \cdot 10) : 2 = 540 : 2 = 270$$

$$\text{или } 54 \cdot 5 = (54 : 2) \cdot 10 = 270.$$

Чтобы число разделить на 5, 50, 500 и т. д., надо это число разделить на 10, 100, 1000 и т. д. и умножить на 2.

$$10800 : 50 = 10800 : 100 \cdot 2 = 216$$

2. Умножение и деление на 25, 250, 2500 и т. д.

Умножение на 25, 250, 2500 и т. д. можно заменить умножением на 100, 1000, 10000 и т. д. и полученный результат разделить на 4. ($25 = 100 : 4$)

$$542 \cdot 25 = (542 \cdot 100) : 4 = 135500$$

$$248 \cdot 25 = (248 : 4) \cdot 100 = 62000$$

(если число делится на 4, то выполнение умножения не занимает времени, любой ученик может выполнить его без труда).

Чтобы выполнить деление числа на 25, 250, 2500 и т. д. это число надо разделить на 100, 1000, 10000 и т.д. и умножить на 4

$$31200 : 25 = 31200 : 100 \cdot 4 = 1248.$$

3. Умножение и деление на 125, 1250, 12500 и т. д.

Умножение на 125, 1250 и т. д. заменяется умножением на 1000, 10000 и т. д. Только полученное произведение нужно делить на 8. ($125 = 1000 : 8$)

$$72 \cdot 125 = 72 \cdot 1000 : 8 = 9000$$

Если число делится на 8, то сначала выполним деление на 8, а потом умножение на 1000, 10000 и т. д.

$$48 \cdot 125 = 48 : 8 \cdot 1000 = 6000$$

Чтобы разделить число на 125, 1250 и т.д., надо это число разделить на 1000, 10000 и т. д. и умножить на 8.

$$7000 : 125 = 7000 : 1000 \cdot 8 = 56.$$

4. Умножение и деление на 75, 750 и т. д.

Чтобы число умножить на 75, 750 и т. д. надо это число разделить на 4 и умножить на 300, 3000 и т.д. ($75 = 300 : 4$)

$$48 \cdot 75 = 48 : 4 \cdot 300 = 3600$$

Чтобы число разделить на 75, 750 и т. д. надо это число разделить на 300, 3000 и т.д. и умножить на 4

$$7200 : 75 = 7200 : 300 \cdot 4 = 96.$$

5. Умножение на 15, 150.

При умножении на 15, если число нечетное, умножают его на 10 и прибавляют половину полученного произведения:

$$23 \cdot 15 = 23 \cdot (10 + 5) = 230 + 115 = 345;$$

если же число четное, то поступаем еще проще — к числу прибавляем его половину и результат умножаем на 10:

$$18 \cdot 15 = (18 + 9) \cdot 10 = 27 \cdot 10 = 270.$$

При умножении числа на 150 пользуемся тем же приемом и умножаем результат на 10, т.к. $150 = 15 \cdot 10$:

$$24 \cdot 150 = ((24+12) \cdot 10) \cdot 10 = (36 \cdot 10) \cdot 10 = 3600.$$

Точно так же быстро умножить двузначное число (особенно четное) на двузначное, оканчивающиеся на 5:

$$24 \cdot 35 = 24 \cdot (30 + 5) = 24 \cdot 30 + 24 \cdot 2 \cdot 10 = 720 + 120 = 840.$$

6. Перемножение двузначных чисел, меньших, чем 20.

К одному из чисел надо прибавить количество единиц другого, эту сумму умножить на 10 и прибавить к ней произведение единиц данных чисел:

$$18 \cdot 16 = (18+6) \cdot 10 + 8 \cdot 6 = 240 + 48 = 288.$$

Описанным способом можно умножать двузначные числа, меньшие 20, а также числа, в которых одинаковое количество десятков: $23 \cdot 24 = (23+4) \cdot 20 + 4 \cdot 6 = 27 \cdot 20 + 12 = 540 + 12 = 562.$

Объяснение:

$$(10+a) \cdot (10+b) = 100 + 10a + 10b + a \cdot b = 10 \cdot (10+a+b) + a \cdot b = 10 \cdot ((10+a)+b) + a \cdot b.$$

7. Умножение двузначного числа на 101.

Пожалуй, самое простое правило: припишите ваше число к самому себе. Умножение закончено.

Пример:

$$57 \cdot 101 = 5757 \quad 57 \implies 5757$$

Аналогично производят умножение трехзначных чисел на 1001, четырехзначных - на 10001 и т.п.

8. Умножение числа на 11.

Следует "раздвинуть" цифры числа, умножаемого на 11, и в образовавшийся промежуток вписать сумму цифр десятков и единиц, причем если эта сумма больше 9, то, как при обычном сложении, следует единицу перенести в старший разряд.

Пример:

$34 \cdot 11 = 374$, так как $3 + 4 = 7$, семерку помещаем между тройкой и четверкой;

$68 \cdot 11 = 748$, так как $6 + 8 = 14$, четверку помещаем между семеркой и восьмеркой (к шестерке прибавляется перенесенная единица)

Рассмотрим пример: $43625 \cdot 11$

Составляем произведение: 5 единиц, $5+2=7$ десятков, $2+6=8$ сотен, $6+3=9$ тысяч, $3+4=7$ десятков тысяч, 4 сотни тысяч.

Итак, $43625 \cdot 11 = 479875$.

Когда множимое заключается в пределах 1000 и 10000 (например, 7543), то можно применить следующий способ умножения на 11. Сначала разбить множимое 7543 на грани, по две цифры, затем найти произведение первой грани (75) слева на 11, как указано в умножении двузначного числа на 11. Полученное число ($75 \cdot 11 = 825$) даст сотни произведения, так как умножали сотни множимого. Потом надо умножить на 11 вторую грань (43), получим единицы произведения: $43 \cdot 11 = 473$. Наконец, полученные произведения сложим: $825 \text{ сот.} + 473 = 82973$. Следовательно, $7543 \cdot 11 = 82973$.

9. Умножение на 22, 33, ..., 99.

Чтобы двузначное число умножить на 22, 33, ..., 99, надо этот множитель представить в виде произведения однозначного числа на 11. Выполнить умножение сначала на однозначное число, а потом на 11:

$$15 \cdot 33 = 15 \cdot 3 \cdot 11 = 45 \cdot 11 = 495.$$

10. Умножение двузначных чисел на 111.

Сначала возьмём множимым такое двузначное число, сумма цифр которого меньше 10. Поясним на числовых примерах: $45 \cdot 111$.

Так как $111 = 100 + 10 + 1$, то $45 \cdot 111 = 45 \cdot (100 + 10 + 1)$. При умножении двузначного числа, сумма цифр которого меньше 10, на 111, надо в середину между цифрами вставить два раза сумму цифр (т.е. чисел, ими изображаемых) его десятков и единиц $4+5=9$. $4500+450+45 = 4995$. Следовательно, $45 \cdot 111 = 4995$. Когда сумма цифр двузначного множимого больше или равна 10, например $68 \cdot 11$, надо сложить цифры множимого ($6+8$) и в середину между цифрами 6 и 8 вставить 2 раза единицы полученной суммы. Наконец, к составленному числу 6448 прибавить 1100. Следовательно, $68 \cdot 111 = 7548$.

11. Возведение в квадрат любого двузначного числа.

Если запомнить квадраты всех чисел от 1 до 25, то легко найти и квадрат любого двузначного числа, превышающего 25.

Для того чтобы найти квадрат любого двузначного числа, надо разность между этим числом и 25 умножить на 100 и к получившемуся произведению прибавить квадрат дополнения данного числа до 50 или квадрат избытка его над 50-ю.

Рассмотрим пример:

$$37^2 = 12 \cdot 100 + 13^2 = 1200 + 169 = 1369$$

12. Умножение двузначных чисел, у которых сумма единиц равна 10.

Пусть даны два двузначных числа, у которых сумма равна 10:

$M = 10m + n$, $K = 10a + 10 - n$. Составим их произведение.

$$M \cdot K = (10m + n) \cdot (10a + 10 - n) = 100am + 100m - 10mn + 10an + 10n - n^2 = m \cdot (a + 1) \cdot 100 + n \cdot (10a + 10 - n) - 10mn = (10m) \cdot (10 \cdot (a + 1)) + n \cdot (K - 10m).$$

Рассмотрим несколько примеров:

$$17 \cdot 23 = 10 \cdot 30 + 7 \cdot 13 = 300 + 91 = 391;$$

$$33 \cdot 67 = 30 \cdot 70 + 3 \cdot 37 = 2100 + 111 = 2211.$$

13. Умножение на число, записанное одними девятками.

Для того чтобы найти произведение числа написанного одними девятками на число имеющее с ним одинаковое количество цифр надо от множителя отнять единицу и к получившемуся числу приписать другое число все цифры которого дополняют цифры указанного получившегося числа до 9.

$$8 \cdot 9 = 72;$$

$$46 \cdot 99 = 4554;$$

$$137 \cdot 999 = 136863;$$

$$3562 \cdot 9999 = 35616438.$$

Наличие такого способа усматривается из следующего приёма решения приведённых примеров: $8 \cdot 9 = 8 \cdot (10 - 1) = 80 - 8 = 72$,

$$46 \cdot 99 = 46 \cdot (100 - 1) = 4600 - 54 = 4554.$$

14. Возведение в квадрат числа, оканчивающегося на 5.

Число десятков умножаем на следующее число десятков и прибавляем 25.

$$15 \cdot 15 = 225 = 10 \cdot 20 + 25 \quad (\text{или } 1 \cdot 2 \text{ и приписываем справа } 25)$$

$$35 \cdot 35 = 30 \cdot 40 + 25 = 1225 \quad (\text{или } 3 \cdot 4 \text{ и приписываем справа } 25)$$

$$65 \cdot 65 = 60 \cdot 70 + 25 = 4225 \quad (\text{или } 6 \cdot 7 \text{ и приписываем справа } 25)$$

Желаю удачи в освоении устного счёта!